

M221: Graphes et Langages

TD1 : Graphes non orientés

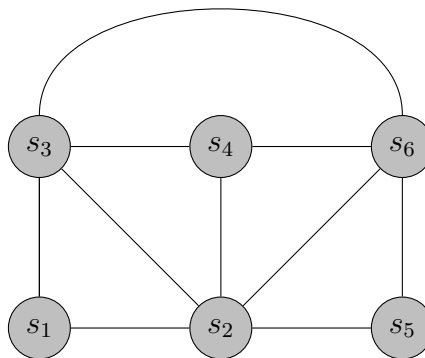
antoine.commaret@inria.fr

1. Soit le graphe non orienté $G = (V, E, \gamma)$ défini par

- $V = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$
- $E = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$
- l'application γ définie par
 - $\gamma(a_1) = \{s_5, s_1\}$
 - $\gamma(a_2) = \{s_2, s_1\}$
 - $\gamma(a_3) = \{s_4\}$
 - $\gamma(a_4) = \{s_4, s_2\}$
 - $\gamma(a_5) = \{s_3, s_2\}$
 - $\gamma(a_6) = \{s_2, s_3\}$

- a) Donner l'ordre et le degré de G , ainsi que le degré de chaque sommet
- b) Écrire la matrice d'adjacence de G
- c) Le graphe G est-il simple ? Complet ? Connexe ?

2. Soit le graphe non orienté G suivant :



- a) Quel est l'ordre de ce graphe, son degré, les degrés de chaque sommet ?
- b) Écrire la matrice d'adjacence de G
- c) Le graphe G est-il simple ? Complet ? Connexe ?

3. Soit le graphe non orienté défini par la matrice d'adjacence suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Dessiner ce graphe.
 - b) Ce graphe est-il simple, complet, connexe ?
4. Comment est faite la matrice d'adjacence d'un graphe complet ?
5. Soit G un graphe non orienté simple d'ordre 5 tel que les premiers sommets sont de degré respectif 4, 2, 1, 2. Quel est le degré du 5ème sommet ? Donnez toutes les réponses possibles et faites des dessins.
6. Quel est le nombre maximal d'arêtes dans un graphe non orienté sans arêtes parallèles ?
7. Dire pour quelle raison il ne peut pas exister de graphe simple avec les caractéristiques suivantes :
- a) 6 sommets de degrés 2,3, 3, 4, 4, 5 ?
 - b) 5 sommets de degrés 2, 4, 4, 6, 6 ?
 - c) 5 sommets de degrés 2, 3, 4, 4, 5 ?
 - d) 4 sommets de degrés 1, 3, 3, 3 ?
8. Prouver que lors d'une réunion de n personnes, il y a au moins deux personnes ayant le même nombre d'amis.
9. La *matrice des distances* d'un graphe (orienté ou non) est une matrice carrée dont la taille est égale au nombre de sommets du graphe et qui contient en ligne i et colonne j la distance entre le sommet s_i et le sommet s_j . S'il n'existe pas de chemin de s_i à s_j , on dit que la distance est infinie et l'on met le symbole ∞ dans la matrice. Donnez la matrice des distances des graphes des exercices 1,2 et 3 et déduisez-en leur diamètre.
10. Donner tous les graphes non orientés d'ordre 4 et de degré 3.