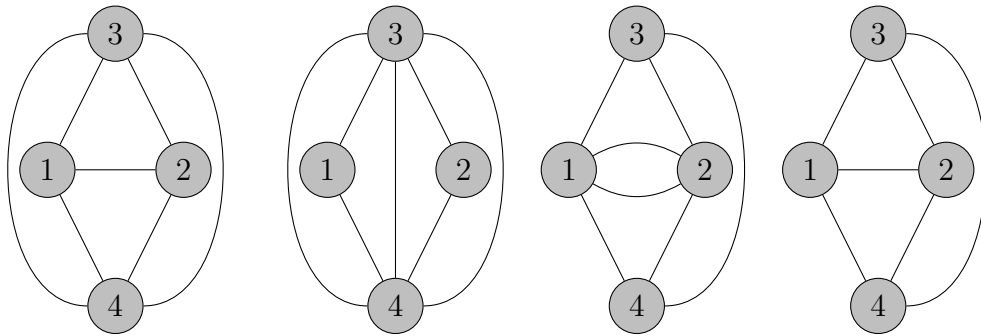


# M221: Graphes et Langages

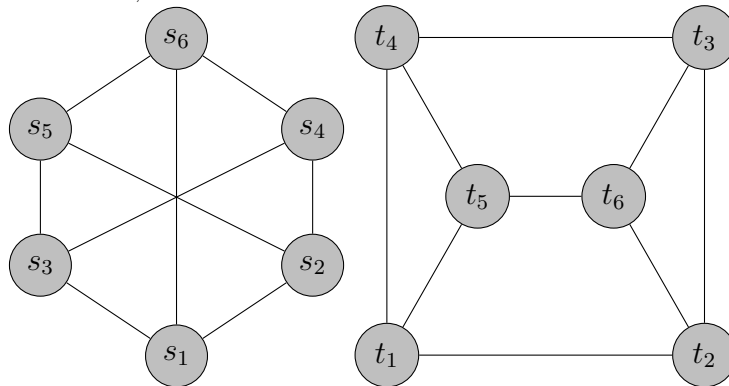
## TD2 : Graphes non orientés - Compléments

antoine.commaret@inria.fr

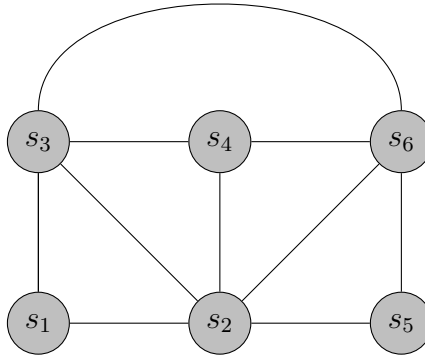
1. Donner deux graphes non isomorphes d'ordre 4 et de degré 2. En existe-t-il un troisième ?
2. Est-ce que les graphes suivants sont isomorphes ?



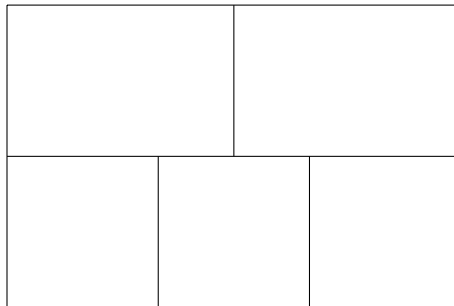
3. Prouver que les graphes suivants ne sont pas isomorphes. Est-ce que l'un d'entre eux est isomorphe à  $K_{3,3}$  ?



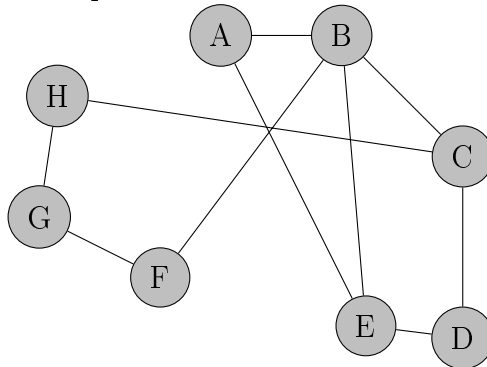
4. Quels graphes complets sont eulériens ? Est-ce que  $K_{3,3}$  est eulérien ? Et les graphes de l'exercice 2 ?
5. Comment dessiner le graphe suivant sans lever le stylo du papier ?



6. On veut gribouiller la figure suivante (sans lever le stylo) de façon à rayer chacun des 16 segments une et une seule fois. Comment faire ?



7. Les châteaux de la Loire. Un voyageur organise des circuits (au sens touristique) parmi les châteaux de la Loire. Huit châteaux peuvent être visités, représentés par les sommets du graphe ci-dessous. Les routes qu'empruntent les bus correspondent aux arêtes du graphe. Est-il possible de trouver une chaîne permettant de passer une fois et une seule par chaque château ?



8. Un club de 9 joueurs se réunit autour d'une table ronde à 9 places chaque jour. Une règle du club interdit que dans la même semaine un joueur ait deux fois la même personne assise à côté de lui. Combien de jours par semaine peuvent-ils se réunir au maximum ? Donnez l'organisation de la table de chaque jour. Que se passe-t-il si une semaine un joueur est absent et ils se retrouvent à 8 ?
9. Pour les graphes des exercices 2, 3 et 5 trouver leur plus grand sous-graphe complet et déduisez-en un encadrement du nombre chromatique. Ensuite, avec l'algorithme de Welsh et Powell, trouver une coloration de ces graphes. Ces colorations sont-elles optimales ?

10. Plusieurs intermittents du spectacle sont convoqués pour participer au tournage de sept films, que l'on désigne par A, B, ...G. Ils doivent participer aux films selon les données du tableau ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
Figurants	Jean	Luc	Luc	Jean	Max	Leon	Jean
Figurantes	Anne	Anne	Lio	Anne	Lio	Bea	Lio
Son	Louis	Louis	Jo	Teo	Jo	Louis	Louis
Cadreur	Greg	Marc	Greg	Marc	Stef	Stef	Stef
Scripte	Isa	Marie	Marie	Isa	Ada	Ada	Marie

Tous doivent participer au tournage pour lesquels ils sont convoqués. Une journée de tournage coutant très cher, il faut si possible tourner plusieurs films en même temps, et en un minimum de jours. Quelle solution pouvez-vous proposer ?

11. Une entreprise fabrique des produits chimiques, et doit les acheminer à destination par voie ferrée. Mais certains de ces produits ne peuvent pas voyager dans le même wagon, car leur présence à peu de distance pourrait provoquer des dégâts importants (explosion...). Cependant, par raison d'économie, le nombre de wagons doit être le plus faible possible. Nommons  $P_1, \dots, P_8$  les 8 produits à transporter.

Ne peuvent pas voyager en même temps  $P_1, P_7$  ;  $P_2, P_3, P_4, P_8$  ;  $P_5, P_6, P_8$  ;  $P_1, P_4, P_5$  ;  $P_3, P_7$  ;  $P_6, P_3$ .

Quel est le nombre minimal de wagons à utiliser pour ce transport ? Quels seront les produits stockés dans le même wagon ?