

M221: Graphes et Langages

TD3 : Graphes orientés

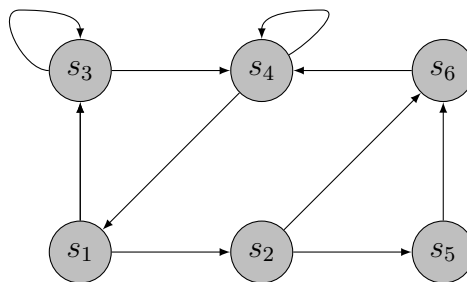
ANTOINE COMMARET – antoine.commaret@inria.fr

1. Soit le graphe orienté $G = (V, E, \gamma)$ défini par

- $V = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$
- $E = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$
- l'application γ définie par
 - $\gamma(a_1) = (s_5, s_1)$
 - $\gamma(a_2) = (s_2, s_1)$
 - $\gamma(a_3) = (s_4, s_5)$
 - $\gamma(a_4) = (s_4, s_2)$
 - $\gamma(a_5) = (s_3, s_2)$
 - $\gamma(a_6) = (s_3, s_3)$

- a) Donner l'ordre et le degré de G , ainsi que le degré entrant et sortant de chaque sommet
- b) Écrire la matrice d'adjacence de G
- c) Dire si le graphe est simple, symétrique, antisymétrique, transitif, fortement connexe ?
- d) Donner la fermeture transitive de G

2. Soit le graphe orienté G suivant :



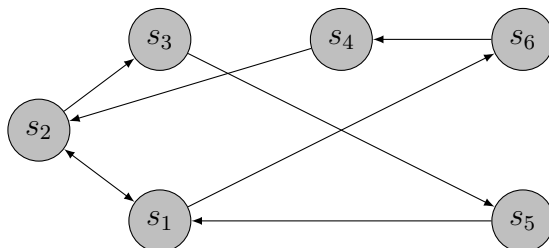
- a) Quel est l'ordre de ce graphe, son degré, les degrés entrants et sortants de chaque sommet ?
- b) Écrire la matrice d'adjacence de G
- c) Dire si le graphe est simple, symétrique, antisymétrique, transitif, fortement connexe ?
- d) Ce graphe comporte-t-il des circuits ? Lesquels ?
- e) Donner la fermeture transitive de G

3. Soit le graphe orienté défini par la matrice d'adjacence suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

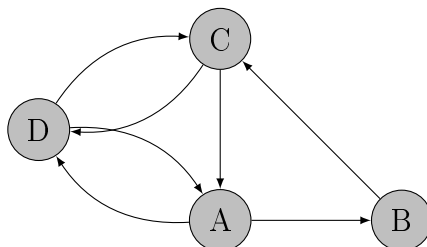
- Dessinez ce graphe, donnez les degrés entrant et sortant de chaque sommet.
- Ce graphe est-il simple, fortement connexe, symétrique ?
- Trouvez un circuit eulérien, un chemin eulérien.
- Trouvez un circuit hamiltonien.

4. Soit le graphe orienté suivant :



- trouver un circuit eulérien ;
- trouver un circuit hamiltonien.
- Ecrire la matrice des distances de ce graphe.

5. Soit le graphe orienté suivant :



- Donnez sa matrice d'adjacence M
- Calculer les matrices M^2, M^3, M^4
- Déduisez-en le nombre de circuits de longueur 3, le nombre de circuits de longueur 4 passant par A ;
- Déduisez-en tous les chemins de longueur 4 de B vers D et de C vers D .

6. Considérons les graphes orientés définis ci-dessous par leur matrice d'adjacence. Sont-ils sans circuits ? Si oui, construire leur noyau et les partager en niveaux.

- $$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Calculez les niveaux du graphe suivant et re-dessinez-le selon les niveaux.

